

Tema 1. Programas matemáticos

1. Clasificar cada uno de los siguientes programas matemáticos y resolverlos gráficamente:

a) Optimizar $x^2 + y^2 + 8$

b) Optimizar $\sqrt[3]{x^2 + y^2 + 8}$

c) Optimizar $\sqrt[3]{x^2 + y^2 + 8}$ s.a: $y \geq x^2 - 2$

d) Optimizar $\sqrt[3]{x^2 + y^2 + 8}$ s.a: $\begin{cases} y \geq x^2 - 2 \\ y \leq 0 \end{cases}$

e) Optimizar $x + y$ s.a: $\begin{cases} y \geq x^2 \\ 2x + y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$

f) Maximizar $x_1 + x_2$ s.a: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq -5 \end{cases}$

g) La función de utilidad de un consumidor viene dada por $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$, donde x_1 y x_2 representan las cantidades de los bienes 1 y 2 consumidas. Sabiendo que p_1 y p_2 son los precios unitarios de los bienes 1 y 2 y que el consumidor dispone de una renta R que debe consumir en su totalidad, calcular la cantidad a consumir de cada bien si el objetivo es maximizar la utilidad.

2. Representar gráficamente los siguientes conjuntos e indicar si son o no convexos:

a) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < x, x + y \geq 1\}$

c) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \leq x^2\}$

d) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y > x^2\}$

e) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = -y\}$

3. Indicar si las siguientes funciones son cóncavas o convexas en los conjuntos que se indican:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 10 + e^{x+y}$, en \mathbb{R}^2

b) $f(x, y, z) = 2x^2 + 5y^2 + 4z^2 - 2xy + 4xz - 4yz$, en \mathbb{R}^3

c) $f(x, y) = \ln(xy)$, en $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0\}$

d) $q(K, L) = A K^\alpha L^\beta$, con $A, \alpha, \beta > 0, \alpha + \beta < 1$, en $D = \{(K, L) \in \mathbb{R}^2 \mid K > 0, L > 0\}$