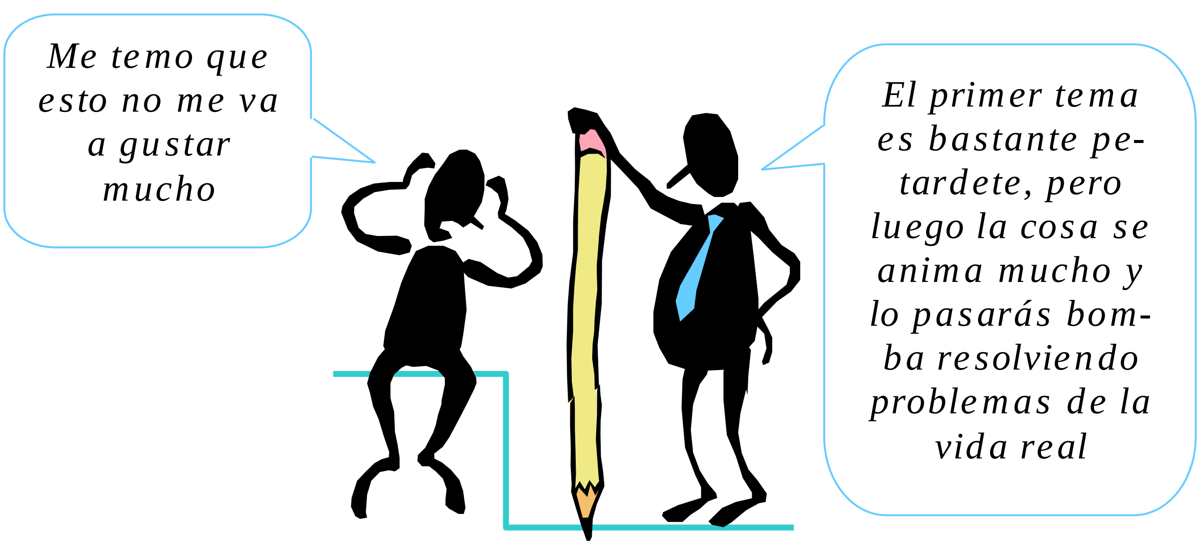
Tema 1

Cálculo de primitivas



1.1 REQUISITOS PREVIOS

Se supone que el lector está más que familiarizado con las reglas de derivación y es capaz de obtener en un instante la "función derivada" de cualquier función que se cruce en su camino.

No obstante, por si hay algún despistado, recordemos las reglas de derivación:

01) $f(x) = \text{constante} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0$

02) $f(x) = k.u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = k.u'(x)$

03) $f(x) = u(x) + v(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x) + v'(x)$

04) $f(x) = u(x).v(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$

05) $f(x) = u(x)\,/\,v(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \dfrac{u'(x).v(x) - u(x).v'(x)}{(v(x))^2}$

06) $f(x) = (u(x))^k \quad \Rightarrow \quad f'(x) = (u(x))^{k-1}.u'(x)$

07) $f(x) = k^{u(x)} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x).k^{u(x)}.\text{Ln } k$

08) $f(x) = \text{Ln } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x)\,/\,u(x)$

09) $f(x) = \log_k u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x).\text{Ln } k}$

10) $f(x) = \text{sen } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x).\cos u(x)$

11) $f(x) = \cos u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -u'(x).\text{sen } u(x)$

12) $f(x) = \text{tg } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x)\,/\,\cos^2 u(x)$

13) $f(x) = \text{ctg } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -u'(x)\,/\,\text{sen}^2\, u(x)$

14) $f(x) = \sec u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x).\sec u(x).\text{tg } u(x)$

15) $f(x) = \text{cosec } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -u'(x).\text{cosec } u(x).\text{ctg } u(x)$

16) $f(x) = \text{arc sen } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \dfrac{u'(x)}{\sqrt{1-(u(x))^2}}$

17) $f(x) = \text{arc cos } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\dfrac{u'(x)}{\sqrt{1-(u(x))^2}}$

18) $f(x) = \text{arc tg } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \dfrac{u'(x)}{1+(u(x))^2}$

19) $f(x) = \text{arc ctg } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\dfrac{u'(x)}{1+(u(x))^2}$

20) $f(x) = \text{arc sec } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x).\sqrt{(u(x))^2-1}}$

21) $f(x) = \text{arc cosec } u(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\dfrac{u'(x)}{u(x).\sqrt{(u(x))^2-1}}$

1.2 PRIMITIVA DE UNA FUNCIÓN

Se dice que la función $F:\Re \to \Re$ es ***una primitiva*** de la función $f:\Re \to \Re$ si "f" es la función derivada de "F", es decir, si en todo punto "x" en que "F" tiene derivada finita sucede que $dF(x)/dx = f(x)$; para expresarlo escribimos:

$$\int f(x).dx = F(x)$$

Es habitual abusar del concepto diciendo que $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$.

- ***Propiedades***

$$* \int (f(x)+g(x)).dx = \int f(x).dx + \int g(x).dx$$

$$* \text{ Siendo "k" una constante, es: } \int k.f(x).dx = k.\int f(x).dx$$

- **Observa:** si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, es decir, si

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

entonces, por ejemplo, sucede que:

$$\frac{d(F(x)+19)}{dx} = f(x) \; ; \; \frac{d(F(x)-32)}{dx} = f(x) \; ; \; \frac{d(F(x)+\pi)}{dx} = f(x)$$

lo que indica que $F(x)+19$, $F(x)-32$ y $F(x)+\pi$ también son primitivas de $f(x)$; por tanto, $f(x)$ tiene infinitas primitivas que entre sí sólo se diferencian en una constante. Del conjunto que forman todas ellas (o sea, el conjunto que forman las funciones de la forma $F(x)+C$, siendo "C" una constante cualquiera) se dice que es ***la primitiva*** de $f(x)$, y se escribe:

$$\int f(x).dx = F(x) + C$$

Por ejemplo, la función derivada de $2.x^3$ es $6.x^2$; así, una de las primitivas de $6.x^2$ es $2.x^3$, y "la primitiva" de $6.x^2$ es el conjunto que forman las funciones de la forma $F(x) = 2.x^3 + C$; para expresarlo escribimos:

$$\int 6.x^2.dx = 2.x^3 + C$$

donde, como se ha indicado, "C" es una constante arbitraria.

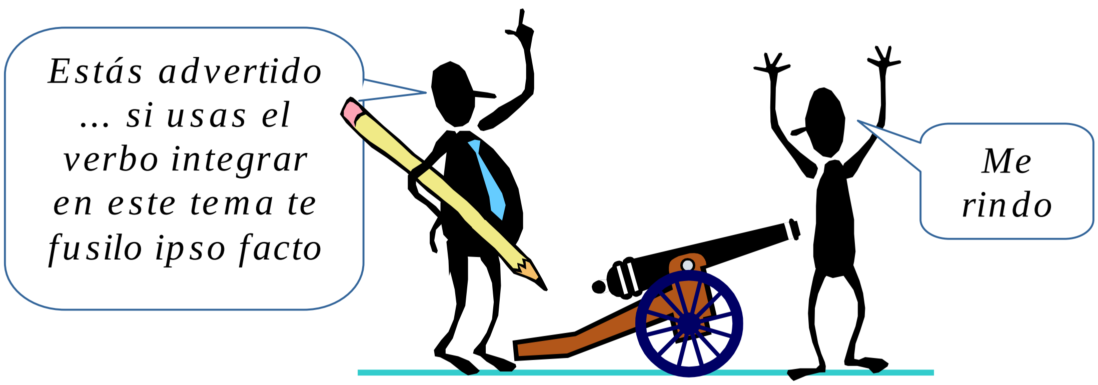
Nota 1

Al conjunto que hemos llamado "la primitiva" de $f(x)$ muchos lo llaman ***integral indefinida*** de $f(x)$, pero nosotros no usaremos esa jerga, pues así evitaremos los líos que se producen por la natural tendencia de todos a abreviar el nombre de los entes que se nombran muchas veces y tienen nombre largo.

Preguntas: ¿qué líos?, ¿qué abreviaturas?, ¿qué entes?, ¿de qué hablas?

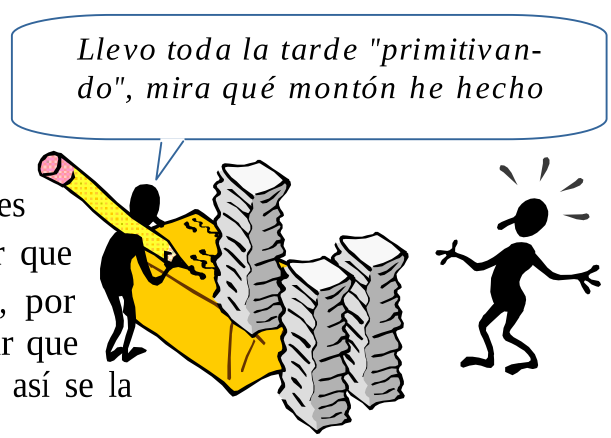
Respuesta: con el consentimiento de la mayoría de los profesores, casi todo principiante que dedica unas pocas horas de trabajo a calcular "integrales indefinidas" acaba abreviando el nombre de éstas y elimina la palabra "indefinida" de su vocabulario y de su cerebro; así, si le preguntas por su trabajo simplemente dice que ha estado calculando "integrales".

El asunto de abreviar el nombre del "ente" llamado "integral indefinida" no tendría más trascendencia si no existiera otro "ente" llamado "integral definida" y éste no fuera existencial y sustancialmente distinto de aquél, pues el llamado "integral indefinida" es un conjunto de funciones, y el llamado "integral definida" es un piojoso número real. Por eso, para evitar líos con los nombres de estos dos entes distintos, llamaremos "la primitiva" de $f(x)$ al conjunto de funciones que otros llaman "integral indefinida" de $f(x)$, y ***en este tema***, que no por casualidad se llama "Cálculo de Primitivas", ***está terminantemente prohibido hablar de integrales y usar el verbo "integrar"***, salvo en lo que se indica en la Nota 2.



Nota 2

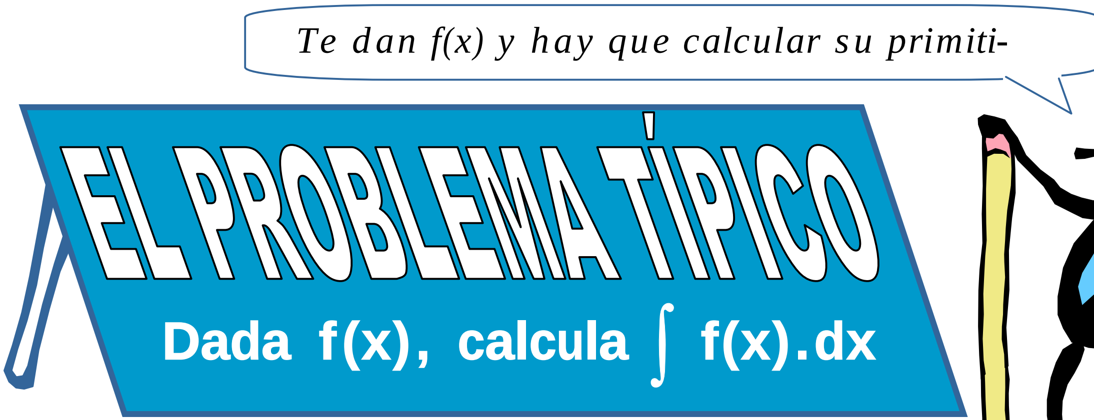
De momento el verbo "primitivar" no existe, ni tampoco sus participios ni gerundios ...... y el que así sean las cosas nos obliga a ser elásticos con la prohibición de hablar de integrales y usar el verbo "integrar".

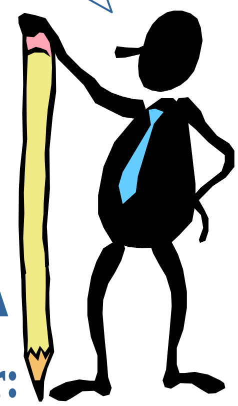


Por ejemplo, si la primitiva de $f(x)$ es $F(x)+C$, estaría mal visto y oído decir que "C" es la constante de "primitivación", por eso nos permitiremos la licencia de decir que "C" es la constante de integración, que así se la llama en todo el mundo mundial.

Otros ejemplos de la citada elasticidad: hay sendos métodos de cálculo primitivas que todo el mundo llama "integración por partes" e "integración por sustitución" (o por cambio de variable), y nosotros respetaremos tales nombres, porque decir "primitivación por partes" o "primitivación por sustitución" suena fatal.

1.3 EL PROBLEMA DEL CÁLCULO DE PRIMITIVAS





Satisfagamos la natural curiosidad del lector:

- ✓ ***Pregunta:*** ¿es muy difícil calcular $\int f(x).dx$?

  Respuesta: unas veces no, otras sí; a veces es imposible, ni los japoneses más listos son capaces de resolver la papeleta. No obstante, para tu tranquilidad diremos que los casos que estudiaremos son los más fáciles y famosos.

- ✓ ***Pregunta:*** ¿hay alguna regla mágica que siempre nos resuelva el problema?

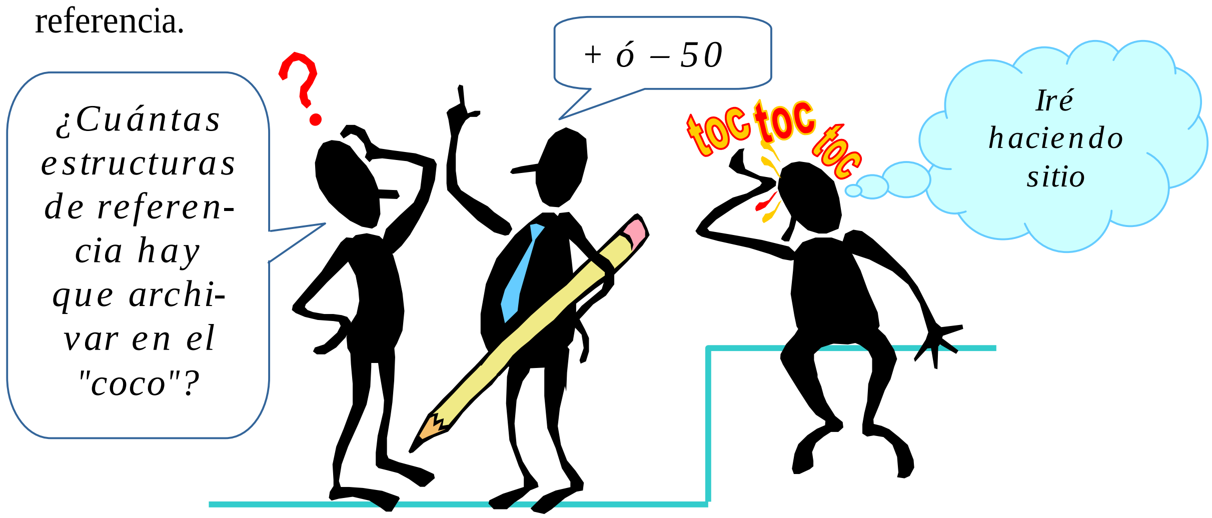
  Respuesta: no.

- ✓ ***Pregunta:*** ¿qué haremos entonces?, ¿cuál es la receta?

  Respuesta: la única receta se resume en el verbo "comparar".

- ✓ ***Pregunta:*** ¿qué hay que comparar?

  Respuesta: hay que comparar la "estructura" de la función $f(x)$ cuya primitiva buscamos con las estructuras de referencia que tendremos archi-vadas en la cabeza. Si, por ejemplo, la "estructura" de $f(x)$ "encaja" con la estructura de referencia 36, para resolver el problema bastará hacer lo prescrito por las Matemáticas para esa estructura de referencia .... y búscate la vida como puedas si hay mala suerte y la "estructura" de $f(x)$ no "encaja" con ninguna de las de referencia.



1.4 PRIMITIVAS INMEDIATAS

Son las más fáciles, las más sencillas y tontorronas, las que todos desearíamos encontrar en examen.

1) $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \dfrac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

2) $\int \dfrac{u'(x)}{u(x)}.dx = Ln\,|u(x)| + C$

3) $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \dfrac{a^{u(x)}}{Ln\ a} + C,\ a > 0$

4) $\int u'(x).sen\ u(x).dx = -\cos u(x) + C$

5) $\int u'(x).\cos u(x).dx = sen\ u(x) + C$

6) $\int \dfrac{u'(x)}{\cos^2 u(x)}.dx = tg\ u(x) + C$

7) $\int \dfrac{u'(x)}{sen^2\ u(x)}.dx = -ctg\ u(x) + C$

8) $\int \dfrac{u'(x)}{a^2 + (u(x))^2}.dx = \dfrac{1}{a}.arc\ tg\ \dfrac{u(x)}{a} + C$

9) $\int \dfrac{u'(x)}{\sqrt{a^2 - (u(x))^2}}.dx = arc\ sen\ \dfrac{u(x)}{a} + C$

EJEMPLOS

1.4.1 $\int x^5.dx = \dfrac{1}{5+1}.x^{5+1} + C = \dfrac{1}{6}.x^6 + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.dx = \dfrac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x \Rightarrow u'(x) = 1 \\ m = 5 \end{cases}$

1.4.2 $\int 9.dx = \int 9.x^0.dx = 9.\dfrac{1}{0+1}.x^{0+1} + C = 9.x + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \dfrac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x \Rightarrow u'(x) = 1 \\ m = 0 \end{cases}$

1.4.3 $\int 9.x^3.dx = 9.\dfrac{1}{3+1}.x^{3+1} + C = \dfrac{9}{4}.x^4 + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \dfrac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x \Rightarrow u'(x) = 1 \\ m = 3 \end{cases}$

1.4.4 $$\int dx/x^3 = \int x^{-3}.dx = \frac{1}{-3+1}.x^{-3+1} + C = -\frac{1}{2}.x^{-2} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x \Rightarrow u'(x) = 1 \\ m = -3 \end{cases}$

1.4.5 $$\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}} = \int (x+4)^{-1/2}.dx = \frac{(x+4)^{(-1/2)+1}}{(-1/2)+1} + C = 2.\sqrt{x+4} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x+4 \Rightarrow u'(x) = 1 \\ m = -1/2 \end{cases}$

1.4.6 $$\int (9.x^6 + 3.x^4 + 5).dx = \frac{9.x^{6+1}}{6+1} + \frac{3.x^{4+1}}{4+1} + \frac{5.x^{0+1}}{0+1} + C$$

1.4.7 $$\int x^2.(3.x^3 - 7.x).dx = \int (3.x^5 - 7.x^3).dx = \frac{3.x^{5+1}}{5+1} - \frac{7.x^{3+1}}{3+1} + C$$

1.4.8 $$\int (3.x^2 - x)^2.dx = \int (9.x^4 + x^2 - 6.x^3).dx =$$

$$= \frac{9.x^{4+1}}{4+1} + \frac{x^{2+1}}{2+1} - \frac{6.x^{3+1}}{3+1} + C$$

1.4.9 $$\int (2+\sqrt{x})^3.dx = \int (2^3 + 3.2^2.\sqrt{x} + 3.2.(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{x})^3).dx =$$

$$= \int (8 + 12.\sqrt{x} + 6.x + x^{3/2}).dx = 8.x + \frac{12.x^{3/2}}{3/2} + 3.x^2 + \frac{x^{5/2}}{5/2} + C$$

1.4.10 $$\int \frac{(2+\sqrt{x})^3}{2.\sqrt{x}}.dx = \frac{1}{3+1}.(2+\sqrt{x})^{3+1} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 2+\sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = 1/(2.\sqrt{x}) \\ m = 3 \end{cases}$

1.4.11 $$\int 2.x.(7+x^2)^5.dx = \frac{1}{5+1}.(7+x^2)^{5+1} + C = \frac{(7+x^2)^6}{6} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 7+x^2 \Rightarrow u'(x) = 2.x \\ m = 5 \end{cases}$

$\boxed{1.4.12}$ $\int x.(7+x^2)^5.dx = \frac{1}{2}.\int 2.x.(7+x^2)^5.dx = \frac{1}{2}.\frac{(7+x^2)^6}{6} + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 7+x^2 \Rightarrow u'(x) = 2.x \\ m = 5 \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.13}$ $\int x^2.\sqrt[4]{5-x^3}.dx = -\frac{1}{3}.\int -3.x^2.\sqrt[4]{5-x^3}.dx = -\frac{1}{3}.\frac{(5-x^3)^{(1/4)+1}}{(1/4)+1} + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 5-x^3 \Rightarrow u'(x) = -3.x^2 \\ m = 1/4 \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por -3 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.14}$ $\int \frac{x^3}{\sqrt[6]{5+x^4}}.dx = \int x^3.(5+x^4)^{-1/6}.dx =$

$= \frac{1}{4}.\int 4.x^3.(5+x^4)^{-1/6}.dx = \frac{1}{4}.\frac{(5+x^4)^{(-1/6)+1}}{(-1/6)+1} + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 5+x^4 \Rightarrow u'(x) = 4.x^3 \\ m = -1/6 \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por 4 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.15}$ $\int \cos x.\text{sen}^7 x.dx = \frac{1}{7+1}.\text{sen}^{7+1} x + C = \frac{\text{sen}^8 x}{8} + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \text{sen } x \Rightarrow u'(x) = \cos x \\ m = 7 \end{cases}$

$\boxed{1.4.16}$ $\int \frac{\cos x}{\text{sen}^7 x}.dx = \int \cos x.\text{sen}^{-7} x.dx = \frac{1}{-7+1}.\text{sen}^{-7+1} x + C = -\frac{\text{sen}^{-6} x}{6} + C$

* Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \text{sen } x \Rightarrow u'(x) = \cos x \\ m = -7 \end{cases}$

1.4.17 $$\int \frac{e^{2.x}}{\sqrt[5]{1+e^{2.x}}}.dx = \frac{1}{2}.\int \frac{2.e^{2.x}}{\sqrt[5]{1+e^{2.x}}}.dx = \frac{1}{2}.\frac{(1+e^{2.x})^{(-1/5)+1}}{(-1/5)+1} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 1+e^{2.x} \Rightarrow u'(x) = 2.e^{2.x} \\ m = -1/5 \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.18 $$\int \frac{\sqrt{1+\text{Ln } x}}{x}.dx = \frac{(1+\text{Ln } x)^{(1/2)+1}}{(1/2)+1} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 1+\text{Ln } x \Rightarrow u'(x) = 1/x \\ m = 1/2 \end{cases}$

1.4.19 $$\int \frac{e^{3.x}.tg^5\ e^{3.x}}{\cos^2 e^{3.x}}.dx = \frac{1}{3}.\int \frac{3.e^{3.x}.tg^5\ e^{3.x}}{\cos^2 e^{3.x}}.dx = \frac{1}{3}.\frac{(tg\ e^{3.x})^{5+1}}{5+1} + C$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = tg\ e^{3.x} \Rightarrow u'(x) = 3.e^{3.x}/\cos^2 e^{3.x} \\ m = 5 \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 3 para que sea inmediata

1.4.20 $$\int 4^x.\sqrt{1+4^x}.dx = \frac{1}{\text{Ln } 4}.\int (4^x.\text{Ln } 4).\sqrt{1+4^x}.dx =$$

$*$ Tipo: $\int (u(x))^m.u'(x).dx = \frac{1}{m+1}.(u(x))^{m+1} + C,\ m \neq -1$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 1+4^x \Rightarrow u'(x) = 4^x.\text{Ln } 4 \\ m = 1/2 \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por Ln 4 para que sea inmediata

$$= \frac{1}{\text{Ln } 4}.\frac{(1+4^x)^{(1/2)+1}}{(1/2)+1} + C$$

1.4.21 $$\int \frac{2.x}{7+x^2}.dx = \text{Ln}\left|7+x^2\right| + C$$

$*$ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$

$*$ En nuestro caso es $u(x) = 7+x^2 \Rightarrow u'(x) = 2.x$

$\boxed{1.4.22}$ $$\int \frac{dx}{x} = \text{Ln}\left|x\right| + C$$

$$* \text{ Tipo: } \int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$$
$$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = x \Rightarrow u'(x) = 1$$

$\boxed{1.4.23}$ $$\int \frac{dx}{x+a} = \text{Ln}\left|x+a\right| + C$$

$$* \text{ Tipo: } \int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$$
$$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = x + a \Rightarrow u'(x) = 1$$

$\boxed{1.4.24}$ $$\int \frac{dx}{a-x} = -\int -\frac{dx}{a-x}.dx = -\text{Ln}\left|a-x\right| + C$$

$$* \text{ Tipo: } \int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$$
$$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = a - x \Rightarrow u'(x) = -1$$
$$* \text{ Multiplicamos y dividimos por } -1 \text{ para que sea inmediata}$$

$\boxed{1.4.25}$ $$\int \frac{dx}{x.\text{Ln }x} = \text{Ln}\left|\text{Ln }x\right| + C$$

$$* \text{ Tipo: } \int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$$
$$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = \text{Ln }x \Rightarrow u'(x) = 1/x$$

$\boxed{1.4.26}$ $$\int \frac{e^{5.x}}{1-e^{5.x}}.dx = -\frac{1}{5}.\int \frac{-5.e^{5.x}}{1-e^{5.x}}.dx = -\frac{1}{5}.\text{Ln}\left|1-e^{5.x}\right| + C$$

$$* \text{ Tipo: } \int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$$
$$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = 1 - e^{5.x} \Rightarrow u'(x) = -5.e^{5.x}$$
$$* \text{ Multiplicamos y dividimos por } -5 \text{ para que sea inmediata}$$

$\boxed{1.4.27}$ $$\int \frac{\cos 3.x}{1-\text{sen } 3.x}.dx = -\frac{1}{3}.\int \frac{-3.\cos 3.x}{1-\text{sen } 3.x}.dx = -\frac{1}{3}.\text{Ln}\left|1-\text{sen } 3.x\right| + C$$

$$* \text{ Tipo: } \int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$$
$$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = 1 - \text{sen } 3.x \Rightarrow u'(x) = -3.\cos 3.x$$
$$* \text{ Multiplicamos y dividimos por } -3 \text{ para que sea inmediata}$$

$\boxed{1.4.28}$ $\displaystyle\int \frac{\text{sen } 7.x}{1+\cos 7.x}.dx = -\frac{1}{7}.\int \frac{-7.\text{sen } 7.x}{1+\cos 7.x}.dx = -\frac{1}{7}.\text{Ln}\left|1+\cos 7.x\right| + C$

$*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$

$*$ En nuestro caso es $u(x) = 1+\cos 7.x \Rightarrow u'(x) = -7.\text{sen } 7.x$

$*$ Multiplicamos y dividimos por -7 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.29}$ $\displaystyle\int \text{ctg } x.dx = \int \frac{\cos x}{\text{sen } x}.dx = \text{Ln}\left|\text{sen } x\right| + C$

$*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$

$*$ En nuestro caso es $u(x) = \text{sen } x \Rightarrow u'(x) = \cos x$

$\boxed{1.4.30}$ $\displaystyle\int \text{tg } x.dx = \int \frac{\text{sen } x}{\cos x}.dx = -\int -\frac{\text{sen } x}{\cos x}.dx = -\text{Ln}\left|\cos x\right| + C$

$*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$

$*$ En nuestro caso es $u(x) = \cos x \Rightarrow u'(x) = -\text{sen } x$

$*$ Multiplicamos y dividimos por -1 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.31}$ $\displaystyle\int \frac{3.dx}{(5+\text{tg } 3.x).\cos^2 3.x}.dx = \text{Ln}\left|5+\text{tg } 3.x\right| + C$

$*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{u(x)}.dx = \text{Ln}\left|u(x)\right| + C$

$*$ En nuestro caso es $u(x) = 5+\text{tg } 3.x \Rightarrow u'(x) = 3/\cos^2 3.x$

$\boxed{1.4.32}$ $\displaystyle\int 4^{\text{sen } x}.\cos x.dx = \frac{4^{\text{sen } x}}{\text{Ln } 4} + C$

$*$ Tipo: $\displaystyle\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \text{sen } x \Rightarrow u'(x) = \cos x \\ a = 4 \end{cases}$

$\boxed{1.4.33}$ $\displaystyle\int 9^x.dx = \frac{9^x}{\text{Ln } 9} + C$

$*$ Tipo: $\displaystyle\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x \Rightarrow u'(x) = 1 \\ a = 9 \end{cases}$

$\boxed{1.4.34}$

$$\int x.5^{x^2}.dx = \frac{1}{2}.\int 2.x.5^{x^2}.dx = \frac{1}{2}.\frac{5^{x^2}}{\text{Ln } 5} + C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = x^2 \Rightarrow u'(x) = 2.x \\ a = 5 \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.35}$

$$\int \frac{5^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}.dx = 2.\int \frac{5^{\sqrt{x}}}{2.\sqrt{x}}.dx = 2.\frac{5^{\sqrt{x}}}{\text{Ln } 5} + C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = 1/(2.\sqrt{x}) \\ a = 5 \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.36}$

$$\int \frac{2^{1/x}}{x^2}.dx = -\int -\frac{2^{1/x}}{x^2}.dx = -2.\frac{2^{1/x}}{\text{Ln } 2} + C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = 1/x \Rightarrow u'(x) = -1/x^2 \\ a = 5 \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por -1 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.37}$

$$\int \frac{3^{\text{arc sen } x}}{\sqrt{1-x^2}}.dx = \frac{3^{\text{arc sen } x}}{\text{Ln } 3} + C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \text{arc sen } x \Rightarrow u'(x) = 1/\sqrt{1-x^2} \\ a = 3 \end{cases}$

$\boxed{1.4.38}$

$$\int \frac{3^{\text{arc tg } x}}{1+x^2}.dx = \frac{3^{\text{arc tg } x}}{\text{Ln } 3} + C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C, \ a > 0$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \text{arc tg } x \Rightarrow u'(x) = 1/(1+x^2) \\ a = 3 \end{cases}$

1.4.39 $$\int \frac{x.3^{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1-x^2}}.dx = -\int -\frac{x.3^{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1-x^2}}.dx = -\frac{3^{\sqrt{1-x^2}}}{\text{Ln } 3} + C$$

* Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C,\ a > 0$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow u'(x) = -2.x/\sqrt{1-x^2} \\ a = 3 \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por -1 para que sea inmediata

1.4.40 $$\int \frac{x.4^{\text{Ln}(1+x^2)}}{1+x^2}.dx = \frac{1}{2}.\int \frac{2.x.4^{\text{Ln}(1+x^2)}}{1+x^2}.dx = \frac{1}{2}.\frac{4^{\text{Ln}(1+x^2)}}{\text{Ln } 4} + C$$

* Tipo: $\int u'(x).a^{u(x)}.dx = \frac{a^{u(x)}}{\text{Ln } a} + C,\ a > 0$
* En nuestro caso es $\begin{cases} u(x) = \text{Ln}(1+x^2) \Rightarrow u'(x) = 2.x/(1+x^2) \\ a = 4 \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.41 $$\int x^2.\text{sen } x^3.dx = \frac{1}{3}.\int 3.x^2.\text{sen } x^3.dx = -\frac{1}{3}.\cos x^3 + C$$

* Tipo: $\int u'(x).\text{sen } u(x).dx = -\cos u(x) + C$
* En nuestro caso es $u(x) = x^3 \Rightarrow u'(x) = 3.x^2$
* Multiplicamos y dividimos por 3 para que sea inmediata

1.4.42 $$\int e^{2.x}.\text{sen } e^{2.x}.dx = \frac{1}{2}.\int 2.e^{2.x}.\text{sen } e^{2.x}.dx = -\frac{1}{2}.\cos e^{2.x} + C$$

* Tipo: $\int u'(x).\text{sen } u(x).dx = -\cos u(x) + C$
* En nuestro caso es $u(x) = e^{2.x} \Rightarrow u'(x) = 2.e^{2.x}$
* Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.43 $$\int \frac{\text{sen } \sqrt{x}}{\sqrt{x}}.dx = 2.\int \frac{\text{sen } \sqrt{x}}{2.\sqrt{x}}.dx = -2.\cos \sqrt{x} + C$$

* Tipo: $\int u'(x).\text{sen } u(x).dx = -\cos u(x) + C$
* En nuestro caso es $u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = 1/(2.\sqrt{x})$
* Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.44 $$\int \frac{\text{sen Ln } x}{x}.dx = -\cos \text{Ln } x + C$$

* Tipo: $\int u'(x).\text{sen } u(x).dx = -\cos u(x) + C$
* En nuestro caso es $u(x) = \text{Ln } x \Rightarrow u'(x) = 1/x$

$\boxed{1.4.45}$

$$\int \frac{x.\text{sen}\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}.dx = -\cos\sqrt{1+x^2} + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\text{sen}\, u(x).dx = -\cos u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow u'(x) = x/\sqrt{1+x^2} \end{array}}$$

$\boxed{1.4.46}$

$$\int \frac{3.\text{sen}\,(\text{tg}\ 3.x)}{\cos^2 3.x}.dx = -\cos(\text{tg}\ 3.x) + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\text{sen}\, u(x).dx = -\cos u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = \text{tg}\ 3.x \Rightarrow u'(x) = 3/\cos^2 3.x \end{array}}$$

$\boxed{1.4.47}$

$$\int \cos x.\text{sen}\,(\text{sen}\ x).dx = -\cos(\text{sen}\ x) + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\text{sen}\, u(x).dx = -\cos u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = \text{sen}\ x \Rightarrow u'(x) = \cos x \end{array}}$$

$\boxed{1.4.48}$

$$\int x^3.\cos x^4.dx = \frac{1}{4}.\int 4.x^3.\cos x^4.dx = \frac{1}{4}.\text{sen}\ x^4 + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\cos u(x).dx = \text{sen}\ u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = x^4 \Rightarrow u'(x) = 4.x^3 \\ * \text{ Multiplicamos y dividimos por 4 para que sea inmediata} \end{array}}$$

$\boxed{1.4.49}$

$$\int e^{2.x}.\cos e^{2.x}.dx = \frac{1}{2}.\int 2.e^{2.x}.\cos e^{2.x}.dx = \frac{1}{2}.\text{sen}\ e^{2.x} + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\cos u(x).dx = \text{sen}\ u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = e^{2.x} \Rightarrow u'(x) = 2.e^{2.x} \\ * \text{ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata} \end{array}}$$

$\boxed{1.4.50}$

$$\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.dx = 2.\int \frac{\cos\sqrt{x}}{2.\sqrt{x}}.dx = 2.\text{sen}\sqrt{x} + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\cos u(x).dx = \text{sen}\ u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = 1/(2.\sqrt{x}) \\ * \text{ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata} \end{array}}$$

$\boxed{1.4.51}$

$$\int \frac{\cos \text{Ln}\ x^5}{x}.dx = \frac{1}{5}.\int \frac{5.\cos \text{Ln}\ x^5}{x}.dx = \frac{1}{5}.\text{sen Ln}\ x^5 + C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ Tipo: } \int u'(x).\cos u(x).dx = \text{sen}\ u(x) + C \\ * \text{ En nuestro caso es } u(x) = \text{Ln}\ x^5 \Rightarrow u'(x) = 5/x \\ * \text{ Multiplicamos y dividimos por 5 para que sea inmediata} \end{array}}$$

1.4.52 $$\int \frac{x.\cos\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}.dx = \operatorname{sen}\sqrt{1+x^2}+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).\cos u(x).dx = \operatorname{sen} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=\sqrt{1+x^2} \Rightarrow u'(x)=x/\sqrt{1+x^2}$

1.4.53 $$\int \frac{3.\cos(\operatorname{tg} 3.x)}{\cos^2 3.x}.dx = \operatorname{sen}(\operatorname{tg} 3.x)+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).\cos u(x).dx = \operatorname{sen} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=\operatorname{tg} 3.x \Rightarrow u'(x)=3/\cos^2 3.x$

1.4.54 $$\int \cos x.\cos(\operatorname{sen} x).dx = \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x)+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).\cos u(x).dx = \operatorname{sen} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=\operatorname{sen} x \Rightarrow u'(x)=\cos x$

1.4.55 $$\int \frac{x^3}{\cos^2 x^4}.dx = \frac{1}{4}.\int \frac{4.x^3}{\cos^2 x^4}.dx = \frac{1}{4}.\operatorname{tg} x^4+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).dx/\cos^2 u(x) = \operatorname{tg} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=x^4 \Rightarrow u'(x)=4.x^3$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 4 para que sea inmediata

1.4.56 $$\int \frac{5^x}{\cos^2 5^x}.dx = \frac{1}{\operatorname{Ln} 5}.\int \frac{5^x.\operatorname{Ln}5}{\cos^2 5^x}.dx = \frac{1}{\operatorname{Ln} 5}.\operatorname{tg} 5^x+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).dx/\cos^2 u(x) = \operatorname{tg} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=5^x \Rightarrow u'(x)=5^x.\operatorname{Ln} 5$

$*$ Multiplicamos y dividimos por Ln 5 para que sea inmediata

1.4.57 $$\int \frac{dx}{x.\cos^2 \operatorname{Ln} x^7} = \frac{1}{7}.\int \frac{7.dx}{x.\cos^2 \operatorname{Ln} x^7} = \frac{1}{7}.\operatorname{tg}\operatorname{Ln} x^7+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).dx/\cos^2 u(x) = \operatorname{tg} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=\operatorname{Ln} x^7 \Rightarrow u'(x)=7/x$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 7 para que sea inmediata

1.4.58 $$\int \frac{dx}{\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}} = 2.\int \frac{dx}{2.\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}} = 2.\operatorname{tg}\sqrt{x}+C$$

$*$ Tipo: $\int u'(x).dx/\cos^2 u(x) = \operatorname{tg} u(x)+C$

$*$ En nuestro caso es $u(x)=\sqrt{x} \Rightarrow u'(x)=1/(2.\sqrt{x})$

$*$ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.59}$ $$\int \frac{\text{sen } x}{\cos^2(\cos x)}.dx = -\int -\frac{\text{sen } x}{\cos^2(\cos x)}.dx = -\text{tg}(\cos x) + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx/\cos^2 u(x) = \text{tg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = \cos x \Rightarrow u'(x) = -\text{sen } x$
$* \text{ Multiplicamos y dividimos por } -1 \text{ para que sea inmediata}$

$\boxed{1.4.60}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}.\cos^2\sqrt{1-x}} = -2.\int -\frac{dx}{2.\sqrt{1-x}.\cos^2\sqrt{1-x}} = -2.\text{tg}\sqrt{1-x} + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx/\cos^2 u(x) = \text{tg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = \sqrt{1-x} \Rightarrow u'(x) = -1/(2.\sqrt{1-x})$
$* \text{ Multiplicamos y dividimos por } -2 \text{ para que sea inmediata}$

$\boxed{1.4.61}$ $$\int \frac{x^4}{\text{sen}^2\, x^5}.dx = \frac{1}{5}.\int \frac{5.x^4}{\text{sen}^2\, x^5}.dx = -\frac{1}{5}.\text{ctg } x^5 + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx/\text{sen}^2 u(x) = -\text{ctg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = x^5 \Rightarrow u'(x) = 5.x^4$
$* \text{ Multiplicamos y dividimos por 5 para que sea inmediata}$

$\boxed{1.4.62}$ $$\int \frac{7^x}{\text{sen}^2\, 7^x}.dx = \frac{1}{\text{Ln } 7}.\int \frac{7^x.\text{Ln}7}{\text{sen}^2\, 7^x}.dx = -\frac{1}{\text{Ln } 7}.\text{ctg } 7^x + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx/\text{sen}^2 u(x) = -\text{ctg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = 7^x \Rightarrow u'(x) = 7^x{:}\text{Ln } 7$
$* \text{ Multiplicamos y dividimos por Ln 7 para que sea inmediata}$

$\boxed{1.4.63}$ $$\int \frac{dx}{(1+x).\text{sen}^2\,\text{Ln}(1+x)} = -\text{ctg Ln}(1+x) + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx \,/\, \text{sen}^2 u(x) = -\text{ctg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = \text{Ln}(1+x) \Rightarrow u'(x) = 1/(1+x)$

$\boxed{1.4.64}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt{x}.\text{sen}^2\sqrt{x}} = 2.\int \frac{dx}{2.\sqrt{x}.\text{sen}^2\sqrt{x}} = -2.\text{ctg}\sqrt{x} + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx/\text{sen}^2 u(x) = -\text{ctg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = 1/(2.\sqrt{x})$
$* \text{ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata}$

$\boxed{1.4.65}$ $$\int \frac{\cos x}{\text{sen}^2(\text{sen } x)}.dx = -\text{ctg}(\text{sen } x) + C$$

$* \text{ Tipo: } \int u'(x).dx/\text{sen}^2 u(x) = -\text{ctg } u(x) + C$
$* \text{ En nuestro caso es } u(x) = \text{sen } x \Rightarrow u'(x) = \cos x$

1.4.66 $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}.\text{sen}^2\sqrt{1+x}} = 2.\int \frac{dx}{2.\sqrt{1+x}.\text{sen}^2\sqrt{1+x}} = -2.\text{ctg}\sqrt{1+x} + C$

- $*$ Tipo: $\int u'(x).dx/\text{sen}^2\, u(x) = -\text{ctg}\, u(x) + C$
- $*$ En nuestro caso es $u(x) = \sqrt{1+x} \Rightarrow u'(x) = 1/(2.\sqrt{1+x})$
- $*$ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.67 $\displaystyle\int \frac{x}{9+x^4}.dx = \frac{1}{2}.\int \frac{2.x}{9+x^4}.dx = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}\text{arc tg}\frac{x^2}{3} + C$

- $*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
- $*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ (u(x))^2 = x^4 \Rightarrow u(x) = x^2 \Rightarrow u'(x) = 2.x \end{cases}$
- $*$ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.68 $\displaystyle\int \frac{x^2}{7+x^6}.dx = \frac{1}{3}.\int \frac{3.x^2}{7+x^6}.dx = \frac{1}{3}.\frac{1}{\sqrt{7}}\text{arc tg}\frac{x^3}{\sqrt{7}} + C$

- $*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
- $*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7} \\ (u(x))^2 = x^6 \Rightarrow u(x) = x^3 \Rightarrow u'(x) = 3.x^2 \end{cases}$
- $*$ Multiplicamos y dividimos por 3 para que sea inmediata

1.4.69 $\displaystyle\int \frac{e^{3.x}}{4+e^{6.x}}.dx = \frac{1}{3}.\int \frac{3.e^{3.x}}{4+e^{6.x}}.dx = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\text{arc tg}\frac{e^{3.x}}{2} + C$

- $*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
- $*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ (u(x))^2 = e^{6.x} \Rightarrow u(x) = e^{.3x} \Rightarrow u'(x) = 3.e^{3.x} \end{cases}$
- $*$ Multiplicamos y dividimos por 3 para que sea inmediata

1.4.70 $\displaystyle\int \frac{\cos 7.x}{5+\text{sen}^2 7.x}.dx = \frac{1}{7}.\int \frac{7.\cos 7.x}{5+\text{sen}^2 7.x}.dx = \frac{1}{7}.\frac{1}{\sqrt{5}}.\text{arc tg}\frac{\text{sen } 7.x}{\sqrt{5}} + C$

- $*$ Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
- $*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ (u(x))^2 = \text{sen}^2\, 7.x \Rightarrow u(x) = \text{sen} 7.x \Rightarrow u'(x) = 7.\cos 7.x \end{cases}$
- $*$ Multiplicamos y dividimos por 7 para que sea inmediata

1.4.71 $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x}.(5+x)} = 2.\int \frac{dx}{2.\sqrt{x}.(5+x)} = 2.\frac{1}{\sqrt{5}}.\text{arc tg}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5}} + C$

* Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
* En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ (u(x))^2 = x \Rightarrow u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = \dfrac{1}{2.\sqrt{x}} \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

1.4.72 $\displaystyle\int \frac{dx}{9+5.x^2} = \frac{1}{\sqrt{5}}.\int \frac{\sqrt{5}}{9+5.x^2}.dx = \frac{1}{\sqrt{5}}.\frac{1}{3}.\text{arc tg}\frac{\sqrt{5}.x}{3} + C$

* Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
* En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ (u(x))^2 = 5.x^2 \Rightarrow u(x) = \sqrt{5}.x \Rightarrow u'(x) = \sqrt{5} \end{cases}$
* Multiplicamos y dividimos por $\sqrt{5}$ para que sea inmediata

1.4.73 $\displaystyle\int \frac{2.\text{sen}\,x.\cos x}{9+\text{sen}^4 x}.dx = \frac{1}{3}.\text{arc tg}\frac{\text{sen}^2 x}{3} + C$

* Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
* En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ u(x) = \text{sen}^2 x \Rightarrow u'(x) = 2.\text{sen}\,x.\cos x \end{cases}$

1.4.74 $\displaystyle\int \frac{dx}{5+2.x+x^2} = \int \frac{dx}{4+(x+1)^2} = \frac{1}{2}.\text{arc tg}\frac{x+1}{2} + C$

* Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
* En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ (u(x))^2 = (x+1)^2 \Rightarrow u(x) = x+1 \Rightarrow u'(x) = 1 \end{cases}$

1.4.75 $\displaystyle\int \frac{4.x^{1/3}}{3.(4+x^{8/3})}.dx = \frac{1}{2}.\text{arc tg}\frac{x^{4/3}}{2} + C$

* Tipo: $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{a^2+(u(x))^2}.dx = \frac{1}{a}.\text{arc tg}\frac{u(x)}{a} + C$
* En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ (u(x))^2 = x^{8/3} \Rightarrow u(x) = x^{4/3} \Rightarrow u'(x) = \dfrac{4}{3}.x^{1/3} \end{cases}$

$\boxed{1.4.76}$ $$\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}}.dx = \frac{1}{2}.\int \frac{2.x}{\sqrt{9-x^4}}.dx = \frac{1}{2}.\text{arc sen}\frac{x^2}{3} + C$$

- ∗ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$
- ∗ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ (u(x))^2 = x^4 \Rightarrow u(x) = x^2 \Rightarrow u'(x) = 2.x \end{cases}$
- ∗ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.77}$ $$\int \frac{3.x^2}{\sqrt{7-x^6}}.dx = \text{arc sen}\frac{x^3}{\sqrt{7}} + C$$

- ∗ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$
- ∗ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7} \\ (u(x))^2 = x^6 \Rightarrow u(x) = x^3 \Rightarrow u'(x) = 3.x^2 \end{cases}$

$\boxed{1.4.78}$ $$\int \frac{e^{3.x}}{\sqrt{4-e^{6.x}}}.dx = \frac{1}{3}.\int \frac{3.e^{3.x}}{\sqrt{4-e^{6.x}}}.dx = \frac{1}{3}.\text{arc sen}\frac{e^{3.x}}{2} + C$$

- ∗ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$
- ∗ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ (u(x))^2 = e^{6.x} \Rightarrow u(x) = e^{3.x} \Rightarrow u'(x) = 3.e^{3.x} \end{cases}$
- ∗ Multiplicamos y dividimos por 3 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.79}$ $$\int \frac{\cos x}{\sqrt{5-\text{sen}^2 7.x}}.dx = \frac{1}{7}.\int \frac{7.\cos x}{\sqrt{5-\text{sen}^2 7.x}}.dx = \frac{1}{7}.\text{arc sen}\frac{\text{sen } 7.x}{\sqrt{5}} + C$$

- ∗ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$
- ∗ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ u(x) = \text{sen } 7.x \Rightarrow u'(x) = 7.\cos 7.x \end{cases}$
- ∗ Multiplicamos y dividimos por 7 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.80}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt{x}.\sqrt{5-x}} = 2.\int \frac{dx}{2.\sqrt{x}.\sqrt{5-x}} = 2.\text{arc sen}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5}} + C$$

- ∗ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$
- ∗ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ (u(x))^2 = x \Rightarrow u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = \frac{1}{2.\sqrt{x}} \end{cases}$
- ∗ Multiplicamos y dividimos por 2 para que sea inmediata

$\boxed{1.4.81}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt{9-5.x^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9-5.x^2}}.dx = \frac{1}{\sqrt{5}}.\text{arc sen}\frac{\sqrt{5}.x}{3} + C$$

$*$ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ (u(x))^2 = 5.x^2 \Rightarrow u(x) = \sqrt{5}.x \Rightarrow u'(x) = \sqrt{5} \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por $\sqrt{5}$ para que sea inmediata

$\boxed{1.4.82}$ $$\int \frac{dx}{x.\sqrt{9-(\text{Ln } x)^2}} = \text{arc sen}\frac{\text{Ln } x}{3} + C$$

$*$ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ (u(x))^2 = (\text{Ln}\, x)^2 \Rightarrow u(x) = \text{Ln } x \Rightarrow u'(x) = 1/x \end{cases}$

$\boxed{1.4.83}$ $$\int \frac{4.x^{1/3}}{3.\sqrt{4-x^{8/3}}}.dx = \text{arc sen}\frac{x^{4/3}}{2} + C$$

$*$ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ (u(x))^2 = x^{8/3} \Rightarrow u(x) = x^{4/3} \Rightarrow u'(x) = \frac{4}{3}.x^{1/3} \end{cases}$

$\boxed{1.4.84}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt{3+2.x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{4-(x-1)^2}} = \text{arc sen}\frac{x-1}{2} + C$$

$*$ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ (u(x))^2 = (x-1)^2 \Rightarrow u(x) = (x-1) \Rightarrow u'(x) = 1 \end{cases}$

$\boxed{1.4.85}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt{5-3.x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.\int \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5-3.x^2}}.dx = \frac{1}{\sqrt{3}}.\text{arc sen}\frac{\sqrt{3}.x}{\sqrt{5}} + C$$

$*$ Tipo: $\int \frac{u'(x)}{\sqrt{a^2-(u(x))^2}}.dx = \text{arc sen}\frac{u(x)}{a} + C$

$*$ En nuestro caso es $\begin{cases} a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ (u(x))^2 = 3.x^2 \Rightarrow u(x) = \sqrt{3}.x \Rightarrow u'(x) = \sqrt{3} \end{cases}$

$*$ Multiplicamos y dividimos por $\sqrt{3}$ para que sea inmediata