TEMA 6

LA RELACIÓN DE AGENCIA

OBJETIVO: Estudiar el problema de agencia que surge dentro de las organizaciones en la relación entre el propietario del recurso autoridad (directivo) y los propietarios del recurso trabajo (empleados).

6.1.- DEFINICIÓN DE LA RELACIÓN DE AGENCIA

La relación de agencia se refiere a una transacción en la que una persona, denominada AGENTE, presta servicios a favor de otra, denominada PRINCIPAL, a cambio de una contraprestación y en las siguientes condiciones:

1) Existe conflicto de objetivos: Principal y agente no tienen el mismo objetivo. Cada parte pretende maximizar su propia utilidad.

2) Existe objetivo de grupo: Existe una relación de autoridad del principal sobre el agente. El principal impone un objetivo al grupo.

3) La información es asimétrica: El principal no puede observar las acciones del agente una vez iniciada la relación contractual. En la relación de agencia existe, por tanto, un problema de riesgo moral debido:

    - bien a que los costes de supervisar al agente son muy elevados,

    - bien a que la cualificación profesional del agente impiden su supervisión.

Dentro de la empresa, la relación de agencia se produce tanto en la transacción entre los accionistas (principal) y el directivo (agente), como en la relación entre el directivo (que ejerce ahora de principal) y los empleados cualificados (que ejercen de agentes).

Nosotros vamos a estudiar el problema de agencia en la segunda de las transacción: DIRECTIVO-EMPLEADOS CUALIFICADOS.

<u>Elementos del Problema</u>

- De la relación entre el principal y cada uno de los agentes se obtiene un output que depende de una variable aleatoria, *x*, y de la cantidad de recurso aportado por el agente, a_A, en nuestra modelización el recurso aportado por el agente es su esfuerzo: $y = F(a_A, x)$; donde la función F es creciente y cóncava en a_A:

  $F'(a_A, x) > 0$ y $F''(a_A, x) < 0$

- El agente tiene un coste por aportar recurso que viene representado por una función creciente y convexa en a_A: $C(a_A)$; donde $C'(a_A) > 0$ y $C''(a_A) > 0$

- El output *y* resultante de la relación se reparte entre principal y agente de la siguiente forma: El principal se apropia del output y entrega al agente una contrapatida R_A en concepto de salario por su aportación.

  $B_P = y - R_A$

  $B_A = R_A$

- El salario del agente, R_A, se define, en términos generales, como una contrapartida constante, α, más una participación β en el output incierto y.

  $R_A = \alpha + \beta y$, donde $0 \le \beta \le 1$.

- Puesto que el output y es incierto y puesto que dicho output se reparte entre principal y agente (β para el agente y (1-β) para el principal), tanto principal como agente asumen riesgo. Es decir, al repartir el output, y siempre que β sea mayor que cero, se está repartiendo el riesgo entre el principal y el agente. Por tanto, en el problema de agencia resulta necesario considerar la actitud ante el riesgo de las dos partes, su grado de aversión, γ. Trabajaremos, por tanto, con los equivalentes ciertos.

$$EC_A = \overline{B}_A - \frac{\gamma_A}{2}\sigma^2_{B_A} - C(a_A) \qquad EC_A = \alpha + \beta\overline{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma^2_y - C(a_A)$$

$$EC_P = \overline{B}_P - \frac{\gamma_P}{2}\sigma^2_{B_P} \qquad EC_P = -\alpha + (1-\beta)\overline{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma^2_y$$

- El agente tiene además una utilidad residual o utilidad de reserva, $\overline{u}_A$, que representa la utilidad que obtendría en el mejor empleo alternativo.

- En este contexto, resolver el problema de agencia supone encontrar el contrato más eficiente para regular la transacción entre principal y agente. El problema consiste, por tanto, en encontrar cuál es la contraprestación R_A óptima, que el principal debe ofrecer al agente. Para ello, el principal intentará resolver dos problemas simultáneamente:

  - Intentará conseguir del agente la mayor aportación de recurso posible: Problema de consecución del esfuerzo eficiente.

  - Intentará que, dados el grado de aversión del agente y el suyo propio, la compensación por riesgo del agente y su propio coste por asumir riesgo alcancen el menor valor posible: Problema de asignación eficiente de riesgos.

Olvidándonos, por el momento, de que habrá que resolver los dos problemas simultáneamente, vamos a ver cómo se resolverían de forma óptima cada uno de los dos problemas por separado. En cada resolución vamos a suponer que el otro problema no existe.

6.2.- EL PROBLEMA DE CONSECUCIÓN DEL ESFUERZO EFICIENTE

Aunque en los contratos de agencia existe una relación de autoridad del principal sobre el agente, la asimetría en la información impide al principal observar a_A y, por tanto, ejercer una supervisión directa de la aportación de recurso por parte del agente. La autoridad del principal se reduce, por tanto a la elección de la contraprestación R_A.

En la elección de la contraprestación R_A el principal intentará calcular los valores de α y β que inducen al agente a aportar la mayor cantidad posible de recurso. Como quedará demostrado, cuanto mayor sea el porcentaje de participación en el output y, es decir, cuanto mayor sea β en la elección del salario, mayor será el esfuerzo realizado por el agente, ya que el esfuerzo repercutirá de una forma más directa en la contrapartida recibida. El principal debe elegir, por tanto, un valor β lo suficientemente alto como para incentivar al agente a esforzarse.

Desde el punto de vista formal, en el cálculo de la participación β el principal deberá respetar la condición de participación del agente y deberá también tener en cuenta que el agente realizará el esfuerzo que haga máximo su equivalente cierto. Vamos a resolver el problema del principal bajo dos supuestos diferentes:

a) Información Simétrica: El principal puede observar a_A. La solución a este problema se denomina solución de primer rango. Esta solución nos proporciona el contrato que ofrecería el principal al agente en condiciones ideales, si pudiera observar el esfuerzo del agente. Se trata de una solución hipotética puesto que en el modelo de agencia a_A no resulta observable.

El problema que debería resolver en este caso el principal consiste en decidir α y β (la contraprestación del agente) y el nivel de esfuerzo a_A que maximizan su equivalente cierto, cumpliendo como única restricción la condición de participación del agente.

$$\underset{\alpha,\beta,a_A}{Max}\, EC_P = -\alpha + (1-\beta)\overline{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$s.a. EC_A = \alpha + \beta\overline{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) \geq \overline{u}_A$$

Despejando $-\alpha$ de la restricción y sustituyendo en la función objetivo:

$$\underset{\alpha,\beta,a_A}{Max}\, EC_P = \beta\overline{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) - \overline{u}_A + (1-\beta)\overline{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$\underset{\alpha,\beta,a_A}{Max}\, EC_P = \overline{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) - \overline{u}_A - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$C.N.O.: \frac{\partial F}{\partial a_A} = 0 \, ; \qquad E_X\left[\frac{\partial y}{\partial a_A}\right] = \frac{dC(a_A)}{da_A} \Rightarrow a_A^{**}$$

Es decir, el esfuerzo que se exige al agente es el que hace la productividad marginal igual al coste marginal del agente.

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0 \, ; \qquad -\frac{\gamma_A}{2} 2\beta\sigma_y^2 + \frac{\gamma_P}{2} 2(1-\beta)\sigma_y^2 = 0$$

simplificando: $$-\gamma_A\beta + \gamma_P(1-\beta) = 0 \Rightarrow \beta^{**} = \frac{\gamma_P}{\gamma_A + \gamma_P}$$

conocido β, α se calcula de la restricción de participación en forma de igualdad, de forma que la utilidad obtenida por el agente sea exactamente igual a la mínima exigida $\bar{u}_A$

CONCLUSIÓN: Si el esfuerzo fuera observable, el principal exigiría al agente el nivel de esfuerzo que iguala la productividad marginal al coste marginal del agente. A cambio le entregaría una contrapartida en la que la parte variable β, es inversamente proporcional a los grados de aversión.

b) Información Asimétrica: El principal puede no observar a_A, es información privada para el agente. Esta solución nos proporciona el contrato que ofrecería el principal al agente para obtener el esfuerzo eficiente, a_A^{**}, teniendo en cuenta que dicho esfuerzo no es observable.

El problema que resolvería en este caso el principal consiste solamente en decidir α y β (la contraprestación del agente) que hacen que el agente, **voluntariamente**, aporte a_A^{**}. Por tanto, las restricciones a tener en cuenta son ahora dos: la condición de participación del agente y que el agente va a realizar el esfuerzo que, dada la contrapartida, maximiza su propio equivalente cierto.

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = -\alpha + (1-\beta)\bar{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$s.a. EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) \geq \bar{u}_A$$

$$s.a.\max_{a_A} EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A)$$

El principal anticipa que el agente va a realizar el esfuerzo que maximiza su utilidad, es decir, resuelve primero el problema del agente (la segunda restricción):

Problema del agente:

$$\max_{a_A} EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A)$$

$$C.N.O: \frac{\partial EC_A}{\partial a_A} = 0; \quad \beta E_X\left[\frac{\partial y}{\partial a_A}\right] = \frac{dC(a_A)}{da_A} \Rightarrow a_A^*$$

El resultado nos indica que el agente aportará el esfuerzo que hace su ingreso marginal igual a su coste marginal.

De forma que la única forma de que coíncidan a_A^* y a_A^{**} es entregando una participación al agente del 100 por cien. $\beta = 1$. Este contrato es lo que se denomina un contrato de alquiler. El agente asume todo el riego y entrega una cantidad fija, α, al principal. El valor de α es, por tanto, negativo para el agente. Dicho valor es elegido por el principal de forma que la utilidad residual del agente sea la mínima que exige, es decir, $\bar{u}_A$

CONCLUSIÓN: La única forma de alcanzar el esfuerzo eficiente en una relación de agencia, es ofreciendo al agente un contrato de alquiler.

Si ofrecemos este contrato al agente el problema de consecución del esfuerzo eficiente queda totalmente resuelto. Sin embargo, cuando el agente es averso al riesgo, el contrato de alquiler resulta muy costoso para el principal, dado que el riesgo es asumido completamente por el agente, lo que supondrá un coste es términos de compensación por riesgo. El coste lo soportará el principal a través de la contrapartida que entrega al principal, en concreto, para que el agente alcance su utilidad residual el α que recibe el principal por parte del agente será mucho más pequeño que si se tratara de un agente neutro al riesgo.

Es por este motivo por lo que el principal debe también intentar resolver el segundo de los problemas: el problema de reparto eficiente de riesgos.

6.3.- EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN EFICIENTE DE RIESGOS: LA TEORÍA DEL SINDICATO

Resolver el problema de reparto de riesgos requiere calcular los valores β y *(1-β)* que resultan menos costosos para el principal en términos de la compensación por riesgo que le exigirá el agente y en términos de su propio coste por asumir riesgo.

El problema que resuelve ahora el principal es el de maximización de su equivalente cierto cumpliendo la condición de participación del agente.

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = -\alpha + (1-\beta)\bar{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$s.a. EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) \geq \bar{u}_A$$

Despejando $-\alpha$ de la restricción y sustituyendo en la función objetivo:

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) - \bar{u}_A + (1-\beta)\bar{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = \bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) - \bar{u}_A - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$C.N.O.: \frac{\partial F}{\partial \beta} = 0; \qquad -\frac{\gamma_A}{2}2\beta\sigma_y^2 + \frac{\gamma_P}{2}2(1-\beta)\sigma_y^2 = 0$$

simplificando: $$-\gamma_A\beta + \gamma_P(1-\beta) = 0 \Rightarrow \beta^{**} = \frac{\gamma_P}{\gamma_A + \gamma_P}$$

conocido β, α se calcula de la restricción de participación en forma de igualdad, de forma que la utilidad obtenida por el agente sea exactamente la mínima exigida $\bar{u}_A$.

CONCLUSIÓN: La participación que el principal debería entregar al agente para minimizar el coste en términos de compensación por riesgo debería ser igual al grado de aversión del principal entre la suma de grados de aversión. Por tanto, la participación que el principal se queda como contrapartida, (1-β) será igual al grado de aversión del agente dividido por la suma de los grados de aversión.

$$\beta^{**} = \frac{\gamma_P}{\gamma_A + \gamma_P} \Rightarrow (1-\beta)^{**} = \frac{\gamma_A}{\gamma_A + \gamma_P}$$

Nótese que la solución obtenida es la que hemos denominado solución de primer rango. Se trata de la solución que aplicaríamos si el esfuerzo fuera información simétrica, es decir, si no tuviéramos el problema de inducir a esfuerzo a través de la participación. El reparto de riesgos obtenido es el que propone la teoría del sindicato. Dicha teoría nos indicada que, dados un conjunto de socios inversores que van a compartir el riesgo de un determinado proyecto de inversión, el reparto óptimo de participación en el riesgo es el que resulta inversamente proporcional a los grados de aversión.

Demostración: Teoría del Sindicato

Supongamos un proyecto de inversión en el que participan M socios inversores y en el que se genera un output incierto:

$$y = F(x)$$

Sea β_j el porcentaje de participación en el beneficio que compra el inversor j.

$\beta_j \rightarrow$% participación en y, donde $0 \le \beta \le 1$; $\quad \sum_{j=1}^{M} \beta_j = 1$

Cada socio recibe, por tanto, un dividendo D_j que constituye su contrapartida incierta. $D_j = \beta_j y$

Los inversores son aversos al riesgo, por lo que sus preferencias vendrán determinadas por los M equivalentes ciertos: $EC_j; j = 1,\dots,M$.

$$EC_j = E[D_j] - \frac{\gamma_j}{2}\sigma^2_{D_j} = \beta_j \bar{y} - \frac{\gamma_j}{2}\beta_j^2\sigma_y^2$$

Considerando los equivalentes ciertos de los M socios inversores se obtiene la Riqueza Neta total generada en el proyecto:

$$RN = \sum_{j=1}^{M} EC_j = \sum_{j=1}^{M} \beta_j \bar{y} - \sum_{j=1}^{M} \frac{\gamma_j}{2}\beta_j^2\sigma_y^2 =$$

$$= \bar{y}\sum_{j=1}^{M}\beta_j - \sum_{j=1}^{M}\frac{\gamma_j}{2}\beta_j^2\sigma_y^2 = \bar{y} - \sum_{j=1}^{M}\frac{\gamma_j}{2}\beta_j^2\sigma_y^2 \quad \rightarrow \text{ Riqueza Neta total generada en el proyecto}$$

¿Cuál es la proporción de riesgo β_j que, desde el punto de vista de la eficiencia, debería asumir cada socio?. Desde el punto de vista eficiente, el reparto de riesgos óptimo es el que maximiza la Riqueza Neta.

$$\underset{\beta_1,\ldots,\beta_M}{Max}\ RN = \bar{y} - \sum_{j=1}^{M}\frac{\gamma_j}{2}\beta_j^2\sigma_y^2$$

$$s.a.\ \sum_{j=1}^{M}\beta_j = 1$$

Resolvemos el problema de maximización mediante el sistema de Lagrange:

$$\underset{\beta_1,\ldots,\beta_M}{Max}\ RN = \bar{y} - \sum_{j=1}^{M}\frac{\gamma_j}{2}\beta_j^2\sigma_y^2 + \mu\left(\sum_{j=1}^{M}\beta_j - 1\right)$$

$$C.N.O: \frac{\partial RN}{\partial \beta_j} = -\gamma_j\beta_j\sigma_y^2 + \mu = 0 \quad (1)\ ;\ i = 1,\ldots M \quad \text{(tenemos M ecuaciones como ésta)}$$

$$\frac{\partial RN}{\partial \mu} = \sum_{j=1}^{M}\beta_j - 1 = 0 \qquad (2)$$

Despejando de la expresión (1): $\beta_j = \dfrac{\mu}{\gamma_j\sigma_y^2}$ (tenemos M expresiones como ésta)

Sustituyendo los valores de β_j en la expresión (2):

$$\sum_{j=1}^{M}\frac{\mu}{\gamma_j\sigma_y^2}\Rightarrow\mu=\frac{\sigma_y^2}{\sum_{j=1}^{M}\frac{1}{\gamma_j}}$$

Sustituyendo el valor de μ, en la expresión de β_j:

$$\beta_j^{**}=\frac{\dfrac{\sigma_y^2}{\sum_{j=1}^{M}1/\gamma_j}}{\gamma_j\sigma_y^2}=\frac{1/\gamma_j}{\sum_{j=1}^{M}1/\gamma_j}$$

CONCLUSIÓN: La regla general para la asignación eficiente de riesgos dice que estos riesgos deben asignarse de forma inversamente proporcional al grado de aversión de cada socio.

Para el caso particular de dos socios (como en el caso de principal y agente):

$$\beta_1=\frac{1/\gamma_1}{1/\gamma_1+1/\gamma_2}=\frac{\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2}$$

$$\beta_2=\frac{1/\gamma_2}{1/\gamma_2+1/\gamma_1}=\frac{\gamma_1}{\gamma_2+\gamma_1}$$

6.4.- EL PROBLEMA DE AGENCIA PROPIAMENTE DICHO

Hasta el momento ha quedado demostrado que en un contrato de agencia en el que un principal recibe los servicios de un agente al que no puede observar, el principal se encuentra con dos problemas:

-El problema de inducir a esfuerzo a través de la participación β: Puesto que el principal no puede supervisar, debe incentivar al agente entregándole una participación en beneficios. La resolución óptima de este problema requeriría de hecho una participación del 100% (un contrato de alquiler).

-El problema de repartir el riesgo de forma eficiente con el fin de minimizar el coste en compensación por riesgo del agente y en su propia compensación. La resolución óptima de este problema requeriría aplicar la Teoría del Sindicato. De forma que, si suponemos por ejemplo un principal neutro y un agente averso: $\gamma_P = 0$ y $\gamma_A > 0$

$\beta^{**} = \dfrac{\gamma_P}{\gamma_A + \gamma_P} = 0$, la participación del agente en el output incierto debería ser cero, cobrando por tanto el agente un salario fijo α, que haga que obtenga la mínima utilidad que exige $\bar{u}_A$.

Esto nos indica que existe un conflicto entre los dos problemas que debe resolver el principal, la inducción a esfuerzo (que exige β=1) y el reparto eficiente de riesgos (que exige β=0). La solución óptima al problema de agencia requiere intentar resolver los dos problemas a la vez, con lo que se obtendrá una solución de compromiso, denominada solución de segundo rango, que consiste en encontrar un punto de equilibrio entre β=1 y $\beta^{**} = \dfrac{\gamma_P}{\gamma_A + \gamma_P}$

Dicha solución de compromiso es la que debe calcular el principal si quiere maximizar su equivalente cierto. Desde un punto de vista formal, la solución es la que resuelve el siguiente problema:

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = -\alpha + (1-\beta)\bar{y} - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$s.a. EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A) \geq \bar{u}_A$$

$$s.a. \underset{a_A}{Max}\, EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A)$$

Resolución:

El principal anticipa que el agente va a realizar el esfuerzo que maximiza su utilidad, es decir, resuelve primero el problema del agente (la segunda restricción):

Problema del agente:

$$\underset{a_A}{Max}\, EC_A = \alpha + \beta\bar{y} - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A)$$

$$C.N.O: \frac{\partial EC_A}{\partial a_A} = 0; \quad \beta E_X\left[\frac{\partial y}{\partial a_A}\right] = \frac{dC(a_A)}{da_A} \Rightarrow a_A^* = f(\beta)$$

El resultado le indica al principal que el agente aportará el esfuerzo que hace su propio ingreso marginal igual a su coste marginal. Es decir, obtiene que a_A^* es una función creciente en la participación en los resultados. Esto significa que el otuput y depende del esfuerzo a través de la participación β. $y = F(a_A(\beta))$

El principal incorpora este resultado, así como la condición de participación (sustituyendo $-\alpha$), en la función objetivo de su problema:

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = \beta E[F(a_A(\beta))] - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A(\beta)) - \bar{u}_A + (1-\beta)E[F(a_A(\beta))] - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$\underset{\alpha,\beta}{Max}\, EC_P = E[F(a_A(\beta))] - \frac{\gamma_A}{2}\beta^2\sigma_y^2 - C(a_A(\beta)) - \bar{u}_A - \frac{\gamma_P}{2}(1-\beta)^2\sigma_y^2$$

$$C.N.O.: \frac{\partial F}{\partial \beta} = 0;$$

$$E\left[\frac{dF}{da_A}\frac{da_A}{d\beta}\right] - \frac{\gamma_A}{2}2\beta\sigma_y^2 - \beta E\left[\frac{dF}{da_A}\frac{da_A}{d\beta}\right] + \frac{\gamma_P}{2}2(1-\beta)\sigma_y^2 = 0$$

simplificando y despejando β:

$$\beta^* = \frac{E\left[\frac{dF}{da_A}\frac{da_A}{d\beta}\right] + \gamma_P\sigma_y^2}{E\left[\frac{dF}{da_A}\frac{da_A}{d\beta}\right] + (\gamma_P + \gamma_A)\sigma_y^2}$$

Por tanto, en el modelo de agencia la participación β es diferente a la que se obtiene desde el punto de vista del reparto eficiente de riesgos y es también diferente a la que se obtiene desde el punto de vista de la inducción a esfuerzo eficiente. De hecho, se trata de una solución de compromiso que trata de encontrar un punto de equilibrio entre los dos problemas existentes.

Nótese que a partir de la fórmula de la participación de agencia β^* es fácil demostrar que si no existiera riesgos, es decir si el output no fuera incierto, siendo $\sigma_y^2 = 0$, entonces $\beta^* = 1$. Es decir, podríamos resolver el problema de inducción a esfuerzo de forma óptima.

De la misma forma, si el output no dependiera del esfuerzo del agente, nos encontraríamos solamente ante un problema de reparto de riesgos entre dos socios. En este caso $\frac{dF}{da_A} = 0$, con lo que la expresión nos propone un reparto del riesgos igual al propuesto por la teoría del sindicato.